引文格式:杨元喜,薛树强,张盛秋.海洋水下PNT理论与方法研究进展与挑战[J].武汉大学学报(信息科学版),2026,51(8):1513-1527.DOI:10.13203/j.whugis20260215

Citation:YANG Yuanxi,XUE Shuqiang,ZHANG Shengqiu.Progress and Challenges in Marine Subsurface PNT: Theories and Methods[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University,2026,51(8):1513-1527.DOI:10.13203/j.whugis20260215

海洋水下PNT理论与方法研究进展与挑战

杨元喜[1,2] 薛树强[1,3] 张盛秋[4]

1 空间基准全国重点实验室,陕西 西安,710054

2 西安测绘研究所,陕西 西安,710054

3 中国测绘科学研究院,北京,100036

4 信息工程大学地理空间信息学院,河南 郑州,450001

摘 要:海洋水下定位导航定时(positioning, navigation, and timing,PNT)面临一系列科学和技术问题,主要包括海洋环境及声学观测误差表征建模、海底大地基准动态演化、多传感器信息最优融合与弹性导航等。侧重总结了近年来中国学者在海洋水下PNT方面取得的研究进展,主要包括海洋声速场表征、建模及声学观测环境误差补偿;海底大地基准网观测优化、时序融合处理与基准动态维持;海底多频多模声学及环境信息增强导航、声学/惯性导航系统/压力传感器/多普勒测速仪/重磁地形匹配等多源传感器融合导航等,梳理了海底大地基准与导航面临的主要挑战及未来发展方向。旨在进一步挖掘、探讨精细化海洋PNT理论与技术,为中国PNT深入研究及其工程应用提供参考。

关键词:海洋PNT;海底大地基准维持;声学导航;多传感器融合导航;海洋环境误差;地球构造运动

中图分类号:P228 **文献标识码**:A **收稿日期**:2026-06-12

DOI:10.13203/j.whugis20260215 **文章编号**:1671-8860(2026)08-1513-15

Progress and Challenges in Marine Subsurface PNT: Theories and Methods

YANG Yuanxi[1,2] *XUE Shuqiang*[1,3] *ZHANG Shengqiu*[4]

1 State Key Laboratory of Spatial Datum, Xi'an 710054, China

2 Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, Xi'an 710054, China

3 Chinese Academy of Surveying and Mapping, Beijing 100036, China

4 School of Geospatial Information, Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China

Abstract: Marine subsurface positioning, navigation and timing (PNT) faces a series of scientific and technical challenges, including: characterization and modeling of marine environment and acoustic observation errors, dynamic evolution of seafloor geodetic datum, and optimal multi-sensor information fusion and resilient navigation. This paper summarizes recent progress by Chinese scholars in marine PNT theories and technologies. Key advancements reviewed include: (1) Ocean sound speed field characterization and acoustic observation environmental error compensation.(2) Seafloor geodetic network observation, time-series fusion processing, and dynamic datum maintenance.(3)Multi-frequency multi-mode acoustic navigation and environmental information augmented navigation, sonar/ inertial navigation system / pressure sensor/Doppler velocity log/gravity-magnetic terrain matching etc. Furthermore, the main challenges and future directions for seafloor geodetic datums and navigation are generalized. This study aims to further explore and discuss refined marine PNT theories and technologies, and to provide a reference for in-depth research and engineering applications of PNT in China.

Key words: marine PNT; seafloor geodetic datum maintenance; acoustic navigation; multi-sensor fusion navigation; marine environmental error; earth tectonic movements

基金项目:国家自然科学基金基础科学中心项目"地球时空基准"(42388102);崂山实验室科技创新项目(SKJ202205100)。

第一作者:杨元喜,博士,研究员,中国科学院院士,研究方向为大地测量与卫星导航。yuanxi_yang@163.com

通信作者:薛树强,博士,研究员。xuesq@casm.ac.cn。

海洋不仅是人类活动的重要空间,也是科学研究和资源开发的重要领域。基于无线电传播理论的定位导航定时(positioning, navigation and timing,PNT)系统不能惠及广袤的海洋水下活动。利用全球导航卫星系统-声学(global navigation satellite system-acoustic,GNSS-A)组合定位技术[1-2],可以实现星地海空间基准统一的水下PNT。但是声学PNT仍然面临系列难题:一方面,水下声波传递误差远大于大气环境和深空环境的无线电波传递误差,水下声学高精度测距难;另一方面,无线电波传播速度较快,无线电测距定位导航定时成本相对较低,而水下声波传播速度较慢,导航信标时间同步与保持难,长距离、大范围声学测距定位导航定时成本高。此外,受海洋多尺度耦合的复杂物理环境动态变化影响,海洋声速变化呈现空间差异性、时序非规则性等特征,制约了深海基准传递与导航定位服务的通用性、普适性和精确性。

声学PNT性能很大程度上取决于先验声速信息的精确性。理论上通过实时测定区域声速场信息,即可根据声线传播模型实现高精度导航定位,然而声速测量将会显著增加观测成本[3]。此外,无论通过声速剖面仪(sound velocity profiler,SVP)直接测量获取声速,或是利用温盐深(conductivity, temperature and depth,CTD)剖面仪等实施间接声速测量,都很难获取声学导航定位所需的高精度、高时空分辨率声速信息,且因水下通信带宽较窄,欲将高时空分辨率声速信息及时传送给泛在的水下导航用户也十分困难[4-5]。因此,基于声学观测反演海洋声速及海洋环境信息得到了关注[6],尤其是利用低频声呐观测有望实施大尺度海洋声速信息反演。此外,美国WOA(World Ocean Atlas)、英国ENACT(Enhanced Ocean Data Assimilation and Climate Prediction)、法国GLORYS(Global Ocean Reanalysis and Simulation)等全球网格海洋环境数据集(global gridded marine environment dataset,GGMED)都可以作为声速场建模的重要数据源[7],例如经验正交函数(empirical orthogonal function,EOF)表征建模、压缩感知和深度学习等声速场建模方法研究[8-10]。随着人工智能技术的进步和广泛应用,海洋声速场的大数据融合、多尺度整合、智能化建模与预报等方向已成为研究热点。

海底大地基准是海洋PNT服务体系的核心基础设施[11-13]。而GNSS-A观测技术不仅是海底大地基准测定的主要手段,也是水下载体获取高精度PNT服务的重要途径。自20世纪80年代海底声学大地测量技术被提出以来[14-15],其经历了海底直接测距[16]、间接测距[17]和GNSS-A组合观测3个阶段,目前海底大地基准定位的水平分量精度达到约2~3 cm,高程分量精度约6~9 cm[18-19]。2019年,中国在南海建立了3 000 m深海海底大地基准与导航定位试验网络,发展了海面-海底“双对称”观测构型的海底基准传递方法及数据处理模型与算法[2]。此外,在复杂海洋环境误差表征、建模与误差影响补偿等方面也取得了系列成果[20-26],为中国海底大地基准建设提供了理论及模型算法支撑。

早期的声学间接测距模式采用了海底对称组网观测结构(亦称海底阵列观测),即通过海底三角形或四边形等对称网型抵御声速梯度对海底基准定位的影响[14-15]。目前,GNSS-A组合观测技术不仅沿用了海底对称网型结构,还增加了海面对称走航观测,最终构建起海面-海底双层控制网对称观测结构,同时削弱了海洋表层和深层声速梯度对定位的影响[2,27]。此外,顾及海底基准点时间演化的声学控制网数据处理取得了一定进展,这些研究考虑了锚系导航信标随海流运动以及海底大地基准点随板块的长期构造运动;同时考虑到海底大地控制网几何构型的相对稳定性,中国学者发展了附加海底基线刚性或弹性约束的海底大地控制网动态观测数据处理模型与算法,显著提升了海底大地基准的三维定位精度[28-29]。

海底大地基准应用服务体系不仅涉及地球构造运动与形变监测、海洋环境参数反演等科学应用的基准性,也涉及水下运动载体定位导航控制的便捷性[30]。在科学应用方面,深海科考、海洋资源勘探需要类似于地面控制点的参考框架,因此必须通过长期、定期甚至连续观测,捕获板块运动及海底地壳细微形变信号,从而为认知板块运动、揭示地震孕育与发生的动力学过程提供大地测量观测约束[31-34]。当前,海底大地基准长时序观测已成功应用于海底板块扩张以及地震监测等科学领域,已具备从海底坐标时序中提取高精度构造运动及形变信息的能力;在海洋环境反演方面,海底大地基准可提供小尺度声速变化信息,即以长期观测确定的精密海底大地基准为约束,反演高时间分辨率(分钟尺度)以及高空间分辨率(千米尺度甚至百米尺度)的声速信息[23],并有望借助多源海洋环境观测数据从中分离出

海洋温度、盐度及压力等物理信息。然而,海洋环境参数反演面临诸多不适定性问题,因此需要引入合理的约束条件和具有明确物理意义的先验信息。在水下声学导航及载体隐蔽定位方面,中国学者探索了广播式远程水下导航定位及环境信息增强导航技术方法[35-36],构建了多模多频声学导航函数模型[37-40],并引入载体动力学信息约束以提升水下导航定位的自主性[41];针对水下声学导航服务覆盖有限及复杂环境制约、水下潜器长航时惯性导航漂移等问题,需要探讨多传感器信息融合导航理论与技术,为此,学者们开展了惯性导航系统(inertial navigation system,INS)/声学/压力传感器(pressure sensor,PS)/多普勒测速仪(Doppler velocity log,DVL)组合导航函数模型构建[42-44]以及水下重力、磁力和地形匹配导航技术方法研究[45-49],完善了中国海洋水下导航的理论与技术体系。

本文围绕海底大地基准精密测定与声学导航定位面临的共性科学问题,梳理了海洋声速表征及环境误差补偿、海底大地控制网优化及精密数据处理、声学导航服务及多传感器融合导航等方面的研究进展和成果。

1　海洋声速及环境误差表征与补偿

海洋声学导航定位受声呐硬件延迟误差、杆臂误差、海洋环境误差等诸多因素影响,其中声学观测环境误差是声学导航定位中最为棘手的误差源[50-52],近年来受到国内外学者广泛关注,研究深度和边界都得到了极大拓展。声学观测环境误差源于先验声速与实际声速不符,具体表现为声学测距上的偏差。1960年,WILSON[53]提出了海水声速经验公式,建立了声速与温度、盐度和静水压力的定量关系;此后,DEL GROSSO[54]、MEDWIN[55]提出了更为精确的声速经验公式。然而,对于声学导航定位,特别是实时性要求极高的导航应用,实施高时空分辨率的声速测量并不现实,因此,声学导航定位通常采用特定时间和特定地点获取的参考声速剖面,甚至采用经验声速剖面或声速格网产品作为先验信息。这意味着海洋声速结构表征是建立声学观测模型、实现声学观测环境误差补偿以及环境参数反演的重要科学问题,如表1所示。

表1　海洋声速结构表征及模型误差

Table 1　Ocean Sound Speed Structure Characterization and Model Errors

参考声速	典型模型	模型误差
声速场模型或产品	离散格网:按一定空间分辨率和时间分辨率组织的声速产品,例如哥白尼再分析(GLORYS12)产品:10 km空间分辨率,1 d时间分辨率。	往往存在系统性声速偏差,且小时空尺度(例如小时级甚至分钟级时间尺度)声速变化表征缺失。
	连续模型:利用EOF、神经网络、海洋模式等建模方法,将散点声速观测转化为连续四维声速场模型。	在很大程度取决于建模所用声速观测的时空分辨率及海洋模式的可靠性。
声速剖面	实测剖面:按一定采样率沿垂向直接或间接测量获得的声速观测,例如船载SVP或CTD传感器开展的现场声速观测。	存在声速系统误差,且缺少声速时域表征以及声速水平梯度表征。
	经验剖面:基于典型分层结构(如温跃层)构建的参数化剖面,含有待定参数,主要描述温度或声速的垂向特征,例如Munk、双线性剖面。	近似于实测剖面,但模型误差受先验参数结构及配置影响。
常声速	平均声速:通常取声速剖面的深度加权平均。	相比声速剖面,其忽略声速垂向变化,会引入高度角相关误差和声线弯曲误差。
	协议声速:参考海洋物理中标准海水基本参量予以定义,例如海水静压力取一个标准大气压,基准盐度取5/1 000,基准温度取4 ℃或全球海表平均温度。	等同于平均声速,但声速垂向模型误差更大。

事实上,将经验声速剖面模型参数与海底控制点坐标联合估计,是弱先验声速条件下实施海洋声学精密定位的合理选择。其中双线性声速模型是该思想的早期代表[56],即将海水沿深度分为两层,每层声速线性变化,模型参数由GNSS-A观测数据联合解算。XUE等[57]建立了三参数指数型经验温度剖面模型,并通过进一步实施模型误差补偿,实现了与现场声速剖面相当的海底基准定位精度;在此基础上,朱冀星等[58]进一步提出了双指数温度剖面模型,将温度剖面表示为两个指数函数的叠加,更好地刻画了浅水声速结构。ZHU等[59]则发展了表征能力更强的分段线性模型,实现了更高精度的声速反演和声学定位;ZHAO等[60]基于深度约束和邻近海域声速梯

度约束,采用模拟退火算法反演获取声速剖面,在无实测声速剖面条件下实现厘米级的水平定位精度。SUN等[61]则从等效声速与剖面面积差的关系切入,提出了瞬时声速剖面面积差的实时反演方法,从而实现水下声学观测系统误差的实时改正。李保金等[62]进一步证实了经验声速剖面在实施厘米级精度海底大地测量的可行性。

直接利用公开的GGMED[63-64]替代现场声速剖面,是另外一种可能的低成本解决方案,且该方案随着海洋环境产品的不断精化而越具价值。LI等[65]评估了WOA18、EN4和GLORYS12 3个代表性GGMED产品在开源海底大地测量数据集上的表现,其定位结果与实测剖面定位结果的差异在东、北、垂向分别仅为0.002、0.002和0.024 m,证明了声速剖面产品替代实测剖面的可行性。LIU等[23]则测试了中国海洋实时分析数据产品(China Ocean Real-Time Analysis, CORTA)1.0替代实测剖面实施海底大地测量的精度水平,也得出了类似结论。WANG等[66]提出了一种基于最小二乘支持向量机的声速场预报方法,该预测模型的全海深声速均方根误差为0.45 m/s,但仍很难直接满足厘米级海底大地测量的需求,若在此基础上联合海洋声学观测实施反演,则有望实现厘米级精度海底大地基准定位。

需要指出的是,无论采用哪种声速模型作为先验声速构建声学观测模型,厘米级海底大地测量均需施加声学观测环境误差补偿。为了较严密地分析各类经验声速模型的误差影响,首先从先验声速与实际声速的差异进行分析,即:

$$\delta L = f(\tilde{c}) - f(c_0) \tag{1}$$

式中,$f(\cdot)$为测时或测距函数;$\tilde{c}$为真实声速;c_0为参考声速,可取表1中3种参考声速的一种。当先验声速采用声速剖面或声速场时,δL为声学信号传播时间误差[20,67-68],即

$$\delta T = T(\tilde{c}) - T(c_0) \approx -\int_s \frac{\delta c(s)}{c_0^2(s)} \mathrm{d}s \tag{2}$$

式中,T为声线传播时间函数模型;δc为参考声速c_0在声线路径s上相对于真实声速的误差;$\mathrm{d}s$为声线路径微分。当先验声速采用固定声速时,则可将δT转化为测距误差[69]。对于大高度角观测,声线弯曲效应可忽略,进而声线传播路径L_s可由欧几里得距离近似[70]。对于小高度角观测,弧长误差可由二次函数近似,并有望通过在声学观测模型中附加参数予以吸收[71]。

基于先验声速场的三维声线跟踪定位需要耗费高昂的存储和计算成本[72],且模型时间和空间分辨率均难以匹配海洋声学大地测量观测的时空分辨率,从而现有研究主要基于声速剖面或常声速模型构建声学观测模型,并对其实施相应的环境误差改正与补偿,见表2。

表2 声学导航定位模型及环境误差表征

Table 2 Acoustic Navigation Positioning Model and Environmental Error Characterization

参考声速	声学观测模型	环境误差表征模型
声速剖面	$T_{\mathrm{obs}} = \int_{S(x)} \frac{\mathrm{d}u}{c(u)\cos\theta(u)} + \delta T + \varepsilon$ 式中,T_{obs}为声学观测时间延迟;$\theta(u)$为声线入射角;声线$S(\boldsymbol{x})$为海底坐标$\boldsymbol{x}$的函数;u为深度;ε为测时观测模型下偶然误差项。	空间域表征:将环境误差变化表征为观测方位角、高度角的函数。 时间域表征:将环境误差变化表征为观测时间的函数,可定义为动态声学延迟。
常声速	$D_{\mathrm{obs}} = \left\| \boldsymbol{y} - \boldsymbol{x} \right\|_2 + \delta D_1 + \delta D_2 + \varepsilon$ 式中,D_{obs}为基于常声速计算的距离观测值;$\boldsymbol{y}$为海面已知点坐标;$\boldsymbol{x}$为海底未知点坐标;δD_1表示声线弯曲效应;δD_2表示声学延迟效应;ε为测距观测模型下偶然误差项。	声线弯曲效应δD_1:欧氏距离代替声线产生的模型误差,与高度角相关误差耦合。 声学延迟效应δD_2:类似δT,但因忽略垂向声速变化会引入额外误差(可定义为静态声学延迟[29,69])。

假设参考声速剖面仅为深度的函数$c_0(u)$(例如实测/历史剖面或经验剖面),而真实声速场$\tilde{c}(\boldsymbol{r},t)$不仅随深度变化,还随水平位置$\boldsymbol{r}_H=(n,e)$和时间$t$变化。此时,可将真实声速分解为[20]:

$$\tilde{c}(\boldsymbol{r},t) = c_0(z) + \delta c(\boldsymbol{r},t) \tag{3}$$

式中,扰动项δc可进一步线性化近似分解为3个独立分量:

$$\delta c(\boldsymbol{r},t) = \frac{\partial c}{\partial n}\Delta n + \frac{\partial c}{\partial e}\Delta e + \frac{\partial c}{\partial t}\Delta t \tag{4}$$

或记为$\delta c(\boldsymbol{r},t) = \nabla_H c \cdot \delta \boldsymbol{r}_H + \dot{c} \cdot \delta t$,其中,$\nabla_H c = (\partial c/\partial n, \partial c/\partial e)$为声速场水平梯度;$\delta \boldsymbol{r}_H$为声线路径上某点相对于参考剖面观测位置的水平偏移;$\dot{c} = \partial c/\partial t$为声速的时间变化率;$\delta t$为声学观测时刻相对于参考剖面观测时间的偏移。采用式(3)表征声速变化,并代入式(2)可得:

$$\delta T = \boldsymbol{a}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{p}_{\mathrm{grad}} + \boldsymbol{b}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{p}_{u-t} \tag{5}$$

式中,$\boldsymbol{p}_{\mathrm{grad}}$为声速水平梯度参数(如东、北方向梯度);$\boldsymbol{p}_{u-t}$为声速时间变化参数(实质上吸收了垂

向方向的声速变化效应);$\boldsymbol{p}_{\mathrm{grad}}$和$\boldsymbol{p}_{u-t}$的可估性分别取决于观测方位角和高度角的丰富程度,即由观测几何构型系数$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$决定。对于$\boldsymbol{p}_{\mathrm{grad}}$可采用单层模型,也可采用多层模型,例如当存在海底多点组网观测,则可实施双层声速梯度估计[19],而多层声速梯度估计必须引入约束条件以解决其不适定问题[73]。受海洋内潮、内波等影响,海洋声速场的平均声速、水平梯度均表现出时变特性,因此待估声速参数$\boldsymbol{p}_{\mathrm{grad}}$和$\boldsymbol{p}_{u-t}$必须作为动态参数,其常见描述通常有多项式模型[74-75]、多项式与三角函数复合模型[21]、B 样条模型[75-80]、随机游走模型[81]。在算法实施方面,又有待估参数求解的一步法和分步迭代法不同,例如 YANG 等[21]、赵爽等[82]通过迭代实现海底基准站坐标和声速扰动参数的渐次修正。

综上所述,随着海洋声学观测环境误差机理认识的不断深入及其表征与补偿模型的不断精化,海底大地测量对先验声速信息的依赖程度不断降低,有望借鉴 GNSS 建立基于协议声速的高精度声学观测模型,为发展基于无人系统的下一代 GNSS-A 观测技术提供可能,以大幅降低海底大地测量成本。

2　海底大地基准观测与动态维持

海面 GNSS-A 航迹与海底控制网优化设计是确保海底大地测量精度和可靠性的关键。海面-海底控制网优化设计既涉及海面测线航迹规划,也涉及海底控制网布设构型,以及两者的联合优化设计,其最优化设计模型可归纳为[83]:

$$\min_{\Phi} \mathrm{tr}(\boldsymbol{F}^{-1}(\Phi)),\ \mathrm{s.t.}\ g(\Phi)=0 \tag{6}$$

式中,$\boldsymbol{F}$为由海面航迹和海底控制网构成的声学观测信息矩阵,取决于站点坐标参数和海洋声速参数的设计矩阵;$\Phi=\{\theta_s, r, \boldsymbol{D}, R_a\}$为优化变量,由海面测线形状参数$\theta_s$(例如玫瑰线、星形线等曲线形状控制参数)和海面控制网尺寸参数r(例如圆形测线半径)决定;$\boldsymbol{D}$为海底控制网构型及其相对海面网定向参数,例如等边三角形/正方形等;R_a为海底控制网尺寸参数;$g(\Phi)=0$为约束条件。对于单个海底控制点的基准传递问题,则仅仅涉及海面测线参数优化,即θ_s、r的优化问题。

研究表明,采用海面-海底控制网“双对称”观测几何构型是抑制海洋复杂环境误差的重要策略。中国于 2019 年在南海 3 000 m 水深建立的海底基准试验网即采用“双对称”构型[2]。卞加超等[83]分析了海面非对称航迹条件下系统误差在平面与高程分量间的转移规律。结果表明,对称设计可以削弱海洋声速水平梯度影响,但高程方向因缺少对称性更易吸收声速垂向及时变误差的影响,从而声速误差参数化估计就成为控制高程方向误差,解决控制网非对称性及声速各向非同性结构影响的关键。GNSS-A 测线观测几何优化近年来取得一定突破,在圆形航迹最优半径研究[84]的基础上,CHEN 等[85]、马越原等[86]组合了半径$\sqrt{2}$倍水深的圆形航迹以及直径长度的上方十字航迹,通过差异化处理策略,既可提升水平定位精度,又避免了垂直分量的信息损失。XIE 等[87]侧重分析了单个信标基准传递的航迹优化,结果表明,波浪滑翔机圆形测线可实现浅海优于 2 cm 的水平定位精度。XUE 等[88]将声速时变参数纳入 GNSS-A 测线优化过程,指出当声学延迟参数需与坐标联合估计时,应适当增大航迹半径以提高环境参数识别敏感性,并建议采用连续航迹,以便克服圆、直线、正方形等拼合航迹的不足。随着无人化、低成本观测系统的广泛应用,连续闭合航迹因易于重访观测、保持环境参数连续约束,且避免换线时间浪费而更具应用价值。

邝英才等[89-91]曾建议将 GNSS 观测与声学观测在原始观测层面实施融合,海底声学观测则可反向约束 GNSS 模糊度、大气等参数估计,然而这种方案也会带来计算上的困难。有学者提出了一种折中方案,将海面测线定位结果及对应的方差-协方差作为先验信息,构建海面-海底控制网联合平差模型:

$$L_{ij}=f(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{y}_j)+\varepsilon_{ij},\varepsilon_{ij}\sim(0,\sigma_{ij}^2) \tag{7}$$

式中,L_{ij}为第i个海底点$\boldsymbol{x}_i$与第j个海面点$\boldsymbol{y}_j$之间的声学观测值(如双程旅行时间或距离);$f(\cdot)$为描述声学观测与坐标关系的非线性函数(如基于声线跟踪的旅行时间计算模型);ε_{ij}为观测误差。考虑海面观测点的误差及方差-协方差,可构建海面控制点虚拟观测方程$\boldsymbol{y}_j=\boldsymbol{y}_j^0+\boldsymbol{e}_j$,其中$\boldsymbol{y}_j^0$为由 GNSS 定位给出的第$j$个海面点坐标初始值,$\boldsymbol{e}_j\sim(0,\boldsymbol{D}_{y_j})$为坐标误差向量,$\boldsymbol{D}_{y_j}$为已知的方差-协方差矩阵。需要指出,上述海面控制点j间往往存在相关性,可以通过时间相关函数进一步建模。海面-海底控制网整体观测的线性化模型为:

$$\begin{cases}\delta L=\boldsymbol{A}\delta\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}\delta\boldsymbol{y}+\varepsilon_L,\ \varepsilon_L:(0,\boldsymbol{P}^{-1})\\ 0=\delta\boldsymbol{y}+\varepsilon_y,\ \varepsilon_y:(0,\boldsymbol{D}_y)\end{cases} \tag{8}$$

通过最小二乘联合平差,消去$\delta\boldsymbol{y}$可得到仅含

$\delta\boldsymbol{x}$的法方程,进而解出$\delta\boldsymbol{x}$后即获取海底点坐标$\boldsymbol{x}_i=\boldsymbol{x}_i^0+\delta\boldsymbol{x}_i$及其精度信息。例如ZHAO等[25]将海面声呐换能器坐标视为随机变量,将其与海底声呐应答器坐标同时进行估计。此外,若将浮标阵列基线作为约束信息亦可构造海面-海底基线联合平差模型[92]。进一步地,ZHAO等[93]提出了扩展联合平差模型,在考虑海面点误差的基础上将海底声呐应答器间的距离观测信息引入平差系统,以提升水平方向的定位精度。近似地,秦显平等[94]融合了GNSS-A测量以及海底声呐信标之间的声学测距,构建了海底声呐信标的联合定位方程。考虑海面-海底基线观测约束,可将观测模型扩展为:

$$\begin{cases} L_{ij}=f(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{y}_j)+\varepsilon_{ij} \\ L_{kl}=f(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{y}_l)+\varepsilon_{kl} \\ L_{pq}=f(\boldsymbol{x}_p,\boldsymbol{y}_q)+\varepsilon_{pq} \end{cases} \tag{9}$$

式中,L_{kl}为海底控制点间的基线观测;L_{pq}为海面控制点间的基线观测。若考虑海底基准点的先验坐标,还可构建附加先验信息的控制网平差模型,例如明锋等[95]在计算海底基准点坐标时施加了先验约束,以改善海洋环境参数反演。

对于海底导航信标,若采用锚系架构,难免随海流存在漂移。此外,即使海底基准站固联于海底,其坐标也会因板块运动或构造形变而随时间变化,因此需要采用动态平差模型,将海底基准点坐标进行分期分段估计。该类海底大地基准网观测模型的本质是在模型(7)的基础上引入动态参数,并引入必要约束条件:

$$\begin{cases} L(t)=f(\boldsymbol{X}(t))+\varepsilon_L(t) \\ 0=g(\boldsymbol{X}(t))+\varepsilon_g \end{cases} \tag{10}$$

式中,$\boldsymbol{X}(t)$为海底控制网坐标,第二个方程用于描述海底基准信标运动过程,例如随机游走模型$\boldsymbol{X}(t_i)=\boldsymbol{X}(t_j)+\varepsilon_g$,其中$\varepsilon_g\sim(0,q\Delta t)$,$\Delta t$为时间差,$\Delta t=t_i-t_j$[96]。需要指出的是,海底基准信标运动过程亦可采用确定性模型,例如对锚系信标运动采用周期性函数[21,94]予以描述。此外,虽然海底基准网点坐标会随时间变化,但当它们处于同一板块时,其内部几何构型是相对稳定的,从而有学者又对其施加基线约束以提升定位精度[19,77,97],此时海底基准点运动模型满足的约束方程可采用$\Delta\boldsymbol{x}_{kl}(t_i)-\Delta\boldsymbol{x}_{kl}(t_j)=0$,其中$\Delta\boldsymbol{x}_{kl}=\boldsymbol{x}_k-\boldsymbol{x}_l$为第$k$个海底点和第$l$个海底点构成的基线向量,即观测期间海底控制网具有刚性结构。然而,若考虑基准网内部形变,更为合理的做法是实施弹性网约束,即通过弹性因子释放变形信息,同时识别异常点位变化[28]。此时海底基准点运动应满足弹性化约束条件$\Delta\boldsymbol{x}_{kl}(t_i)-\Delta\boldsymbol{x}_{kl}(t_j)=\varepsilon_g$,其中$\varepsilon_g\sim(0,u)$为控制网内形变的随机模型表征。

上述海底控制网平差模型获取的海底基准坐标时序信息即可用于海底基准动态维持,也可用于海底构造运动监测以及地震等灾害监测[31-32]。有学者借鉴国际地球参考框架的历元归算模型,实现了海底基准站协议站坐标及站速度的估计[98]。例如薛树强等[99]提出将站坐标、站速度等线性参数与震后形变非线性参数进行混合非线性估计的“一步法”,获得了有效的震后形变参数估计。董杰等[100]利用海底基准站坐标时间序列反演了2011年日本东北Mw 9.0大地震区域的地球物理粘弹性参数。在海底基准站硬件维护方面,由于电池寿命及设备故障、地震影响等原因,海底基准站需要定期更换,赵爽等[101]提出综合利用多学科门类与多技术手段实施海底大地基准勘选布放和观测维护,面向单站导航定位服务需求研制阵列型海底基准站,发展定量与定性相结合的海底基准站稳定评估方法。

3 海底大地基准声学导航服务及多传感器融合导航

海底大地基准网可为水下载体提供基于长基线系统原理的声学导航服务。目前水下声学导航服务主要采用两种工作模式:一是主动式声学导航,即水下载体发射声学信号,海底信标接收到信号后再将其发回水下载体并测量声波往返传播时间,从而估计水下运动载体的状态;二是被动式声学导航[35],多个海底信标在时钟同步的基础上不断播发声学信号,水下载体接收到声学信号实现类似于GNSS的声学导航定位定时。需要指出的是,时间同步与守时是构建水下PNT体系的核心技术,因此水下传感器网络时间同步也得到了广泛研究,如声学时间同步与授时技术[102-104]、光纤/激光等时间同步与授时技术[105],以及基于铷原子钟及芯片原子钟的守时技术[35,106]。未来水下时间同步有望从传统水声方法向高精度原子钟、光学及量子等新技术方向演进[107-109],从而为研制更为便捷高效、安全可靠的水下被动声学PNT系统提供可能。

鉴于海底大地基准建设与服务面临的水下时间同步与守时难题,目前大部分应用仍采用主动式声学导航定位技术。对于主动式声学导航

定位服务,水下载体发出导航请求后,需要等待海底信标应答信号并测量信号往返传播时间,最终确定载体在发射信号和接收信号时刻的状态信息,这意味着单历元声学导航存在严重的秩亏问题。因此通常采用 INS 或 DVL 以及特定的动力学模型等信息辅助声学导航[37,39-40]。为降低声学导航定位对外部传感器及动力学模型的依赖,有学者发展了时间开窗声学导航定位模型,其中水下载体运动轨迹通过多项式或 B 样条参数化模型描述,从而将声学导航定位问题转化为定轨问题,进而实时获取载体在当前时刻的位置、速度和加速度等信息[37],在此基础上,卞加超等[110]进一步发展了海洋声学导航开窗抗差最小二乘估计。此外,针对高精度导航定位的海洋环境制约问题,ZHOU 等[111]在时间窗口内实施了声学延迟补偿估计,实现了不依赖声速剖面的高精度声学导航。时间开窗导航模型可表示为:

$$L_{ij}=\|\boldsymbol{y}(\boldsymbol{p},t_{s,i})-\boldsymbol{x}_j\|+\|\boldsymbol{y}(\boldsymbol{p},t_{r,i})-\boldsymbol{x}_j\|-\frac{1}{\sin\alpha_{s,i}}Z_{s,i}-\frac{1}{\sin\alpha_{r,i}}Z_{r,i}+\varepsilon_{ij} \tag{11}$$

式中,$\boldsymbol{y}(\boldsymbol{p},t)=\left[e(\boldsymbol{p}_e,t),n(\boldsymbol{p}_n,t),u(\boldsymbol{p}_u,t)\right]^{\mathrm{T}}$ 为载体轨迹,各分量采用三次 B 样条或多项式等进行参数化;$L_{ij}=c_0T_{ij}$ 为双程距离观测,c_0 为常声速,T_{ij} 为在第 i 个观测历元对第 j 个海底信标的双程声学信号传播时间观测值;$\boldsymbol{x}_j$ 为第 j 个海底信标的已知坐标;$t_{s,i}$、$t_{r,i}$ 分别为信号发射与接收时刻;$\alpha_{s,i}$、$\alpha_{r,i}$ 为对应时刻的声线高度角;$Z_{s,i}$、$Z_{r,i}$ 为发射与接收时刻的天顶声学延迟(zenith acoustic delay,ZAD);ε_{ij} 为观测随机误差。需要指出的是,当直达路径不可用而采用多径反射信号导航时,上述声学量测模型需要考虑多径声线测距误差问题[39,112-113]。此外,海洋导航定位环境误差除采用 ZAD 表征,也有学者提出了神经网络模型[114]、多项式函数模型[36]以及周期性函数模型[24],探索了海洋环境信息增强的导航定位服务模式。考虑到深海层中垂直等效声速与原位声速测量值之间的强相关性,用户终端搭载 CTD 传感器成为一种更为直接的声速误差修正方法[115]。

采用随机过程也可以构建载体状态动态表征数学模型,如基于马尔可夫过程的滤波算法。当系统的马尔可夫性较弱时,可使用因子图优化构建多个时刻状态的联合概率分布,进一步结合量测信息即可获取载体的高精度状态估计[44]。载体状态演化的随机过程可表示为:

$$\boldsymbol{s}_{k+1}=\boldsymbol{f}_{\mathrm{IMU}}(\boldsymbol{s}_k,\boldsymbol{u}_k,\Delta t)+\boldsymbol{w}_k \tag{12}$$

式中,$\boldsymbol{s}_k=\left[\boldsymbol{p}_k^{\mathrm{T}},\boldsymbol{v}_k^{\mathrm{T}},\boldsymbol{q}_k^{\mathrm{T}},\boldsymbol{b}_{a,k}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{b}_{g,k}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$ 表示包含位置、速度、姿态四元数、加速度计零偏、陀螺零偏的载体状态向量;$\boldsymbol{u}_k$ 为控制输入,如惯性测量单元(inertial measurement unit,IMU)测量值(加速度、角速度);$\boldsymbol{w}_k\sim(0,\boldsymbol{Q}_k)$ 为过程噪声。针对单历元声学导航存在的秩亏问题,有学者构建了基于马尔可夫过程的载体状态空间模型,即在特定的动力学模型辅助下利用滤波算法实施声学导航[39-40]。

利用历史观测信息的开窗估计只能在一定程度上缓解声学观测稀疏问题,在无外部传感器支持条件下实现高精度导航定位;然而,融合多传感器信息才能真正增加导航定位信息的冗余和导航定位系统的弹性[116-118],有效解耦强相关误差,从而提升导航结果的连续性、精确性和稳健性。例如海洋声呐天顶延迟与高程分量坐标强相关,可以使用 PS 解耦声学垂向定位信息与海洋环境误差。融合 DVL、PS 以及声学观测的量测模型可概括表示为:

$$\boldsymbol{z}=\boldsymbol{h}(\{\boldsymbol{s}_q\}_{q\in W},Z)+\boldsymbol{n} \tag{13}$$

式中,$\boldsymbol{z}$ 为包含所有传感器观测值的列向量(速度、深度、声学距离等);$\{\boldsymbol{s}_q\}_{q\in W}$ 为滑动窗口 W 内的所有状态节点;Z 为窗口内的声学延迟参数;$\boldsymbol{h}(\cdot)$ 为非线性观测函数;$\boldsymbol{n}\sim(0,\boldsymbol{R})$ 为各传感器观测噪声模型。在上述模型中,状态转移模型提供相邻时刻间的动态约束,量测模型提供绝对(速度、深度)与相对(声学窗口内多历元)观测约束。两个方程构成了滑动窗口批量估计的基础,可通过因子图或非线性最小二乘实时求解。LIU 等[42]和 SONG 等[43]分别基于不同的声学导航模式构建了相应声学/惯导紧组合导航模型;而 WU 等[119]基于接力式导航思路,利用声学观测在线标定惯性导航核心误差参数,提高了惯性导航信息的可用性。此外,与水下载体自身控制相关的动力学参数也可作为有效信息加以利用,例如建立螺旋桨转速与载体速度之间的映射关系[41],从而在极端弱信号环境中提高定位稳定性和连续性。

现阶段海洋 PNT 理论与技术正加速朝集群化、智能化以及场景多样化演进。研究重点已不再局限于单一平台的导航能力,而是转向具备协同导航能力的无人集群系统[120-121],基于分布式架构实现海、陆、空跨域平台的信息交互与任务协同。与此同时,基于人工智能、水下信息感知网络以及 PNT 基础设施的智能 PNT 服务是未来重要的发展方向[122],即实现定位、导航、通信、感知、控制、决策完整链条的水下群体智能[123-125]。此

外,海洋PNT应用场景的边界正在向深远海及极地冰下等极端环境扩展[126-128],这就要求PNT系统必须突破极端环境下的信号覆盖与可靠性问题,从而确保无人体系在全空间范围内的持续有效运作。

4 挑战与展望

经过十余年的协同攻关,中国学者在海底大地基准理论与技术方面取得系列突破,形成了涵盖海底基准点定位、水下声学导航及多传感器组合导航的理论模型与算法,有力支撑了大地测量、地球构造、海洋环境等多学科融合的水下位置服务体系。同时开展了深海海底大地基准点的建设与观测,探索了基准的维护与动态维持技术,为构建"水下北斗系统"积累了工程实践经验,为中国海洋PNT体系建设奠定了重要基础。然而,由于海洋水下定位导航研究起步较晚,相关技术装备相对滞后于理论方法研究,尤其是高效便捷的应用服务体系能力尚未形成。当前面临的主要挑战与发展方向如下:

1)海底大地基准站的观测维护装备性能及其服务效能仍有较大提升空间。硬件层面,亟需突破能源供给、信标与接收装备寿命等瓶颈,实现装备的低成本、低功耗、长寿命;平台层面,应加快研发水面无人船、波浪滑翔机及浮标等低成本无人观测平台,以支撑海底基准实现动态化甚至常态化观测维护;技术层面,需进一步探索主动与被动式声学导航模式,以及更长距离的低频率导航声呐技术。

2)海洋水下PNT体系建设仍面临不少难题。顶层设计方面,需明确海洋"水下北斗系统"的信标网络构型与服务模式,攻克水面-水下-海底立体组网、通导一体化集成服务技术瓶颈;终端与环境方面,需研制轻小型、低功耗声呐信标及多传感器集成终端,持续深化海洋环境误差补偿理论及实时/先验环境信息产品研发与应用;前沿理论方面,应重点关注自主化、弹性化、智能化的可信定位导航理论,特别是面向无人系统的具身智能导航技术。

3)面向地球系统科学与海洋多圈层作用等前沿领域,仍需深化海面、海底及水下的动态位置感知能力,以监测陆海俯冲带与海底扩张带等构造过程,实现对地震、火山、海啸等灾害的实时或近实时监测预警。此外,应力争从物理和数据双重维度解耦地球物理变化、海洋环境演变与各类观测误差,从而精准支撑海洋动力学参数反演。

鉴于全球尺度海洋动力学研究与全球性海洋活动均需全球大地测量观测,海洋PNT的发展必须从区域迈向全球。针对复杂多变的海洋环境误差影响,融合声、光、电、磁、重力等多物理原理的PNT感知与服务应成为未来海洋PNT建设与研究的核心方向。

参 考 文 献

[1] 刘经南,陈冠旭,赵建虎,等. 海洋时空基准网的进展与趋势[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2019,44(1):17-37.
LIU Jingnan, CHEN Guanxu, ZHAO Jianhu, et al. Development and Trends of Marine Space-Time Frame Network[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2019, 44(1): 17-37.

[2] 杨元喜,刘焱雄,孙大军,等. 海底大地基准网建设及其关键技术[J]. 中国科学:地球科学,2020,50(7):936-945.
YANG Yuanxi, LIU Yanxiong, SUN Dajun, et al. Seafloor Geodetic Network Establishment and Key Technologies[J]. *Scientia Sinica* (*Terrae*), 2020, 50(7): 936-945.

[3] 黄威,高凡,王君婷,等. 水下声速场构建方法综述[J]. 哈尔滨工程大学学报,2023,44(11):2005-2017.
HUANG Wei, GAO Fan, WANG Junting, et al. A Review on the Construction of Underwater Sound Speed Fields[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2023, 44(11): 2005-2017.

[4] SAKIC P, CHUPIN C, BALLU V, et al. Geodetic Seafloor Positioning Using an Unmanned Surface Vehicle—Contribution of Direction-of-Arrival Observations[J]. *Frontiers in Earth Science*, 2021, 9: 636156.

[5] YOKOTA Y, KANEDA M, HASHIMOTO T, et al. Experimental Verification of Seafloor Crustal Deformation Observations by UAV-Based GNSS-A[J]. *Scientific Reports*, 2023, 13: 4105.

[6] MUNK W, WUNSCH C. Ocean Acoustic Tomography: A Scheme for Large Scale Monitoring[J]. *Deep Sea Research Part Ⅰ: Oceanographic Research Papers*, 1979, 26(2): 123-161.

[7] STORTO A, MASINA S, BALMASEDA M, et al. Steric Sea Level Variability (1993—2010) in an Ensemble of Ocean Reanalyses and Objective Analyses[J]. *Climate Dynamics*, 2017, 49(3): 709-729.

[8] TOLSTOY A, DIACHOK O, FRAZER L N.

Acoustic Tomography via Matched Field Processing [J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1991, 89(3): 1119-1127.

[9] CHOO Y, SEONG W. Compressive Sound Speed Profile Inversion Using Beamforming Results [J]. *Remote Sensing*, 2018, 10(5): 704.

[10] STEPHAN Y, THIRIA S, BADRAN F. Inverting Tomographic Data with Neural Nets[C]//OCEANS' 95 MTS/IEEE Challenges of Our Changing Global Environment, San Diego, CA, USA, 1995.

[11] 杨元喜, 明锋. 中国时空基准建设现状与未来发展[J]. 中国科学: 地球科学, 2023, 53(9): 2192-2195.
YANG Yuanxi, MING Feng. Current Status and Future Development of Spatiotemporal Datum Construction in China[J]. *Scientia Sinica* (*Terrae*), 2023, 53(9): 2192-2195.

[12] 杨元喜, 任夏, 贾小林, 等. 以北斗系统为核心的国家安全 PNT 体系发展趋势[J]. 中国科学: 地球科学, 2023, 53(5): 917-927.
YANG Yuanxi, REN Xia, JIA Xiaolin, et al. Development Trends of the National Secure PNT System Based on BDS[J]. *Scientia Sinica* (*Terrae*), 2023, 53(5): 917-927.

[13] 姚宜斌, 杨元喜, 孙和平, 等. 大地测量学科发展现状与趋势[J]. 测绘学报, 2020, 49(10): 1243-1251.
YAO Yibin, YANG Yuanxi, SUN Heping, et al. Geodesy Discipline: Progress and Perspective [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2020, 49(10): 1243-1251.

[14] SPIESS F N. Acoustic Techniques for Marine Geodesy [J]. *Marine Geodesy*, 1980, 4(1): 13-27.

[15] SPIESS F N. Suboceanic Geodetic Measurements [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1985, GE-23(4): 502-510.

[16] CHADWELL C D, HILDEBRAND J A, SPIESS F N, et al. No Spreading Across the Southern Juan de Fuca Ridge Axial Cleft During 1994—1996[J]. *Geophysical Research Letters*, 1999, 26(16): 2525-2528.

[17] SWEENEY A D, CHADWELL C D, HILDEBRAND J A, et al. Centimeter-Level Positioning of Seafloor Acoustic Transponders from a Deeply-Towed Interrogator[J]. *Marine Geodesy*, 2005, 28(1): 39-70.

[18] YOKOTA Y, ISHIKAWA T. Gradient Field of Undersea Sound Speed Structure Extracted from the GNSS-A Oceanography: GNSS-A as a Sensor for Detecting Sound Speed Gradient [J]. *SN Applied Sciences*, 2019, 1(7): 693.

[19] WATANABE S I, ISHIKAWA T, YOKOTA Y, et al. GARPOS: Analysis Software for the GNSS-A Seafloor Positioning with Simultaneous Estimation of Sound Speed Structure [J]. *Frontiers in Earth Science*, 2020, 8: 597532.

[20] 薛树强, 杨元喜, 肖圳, 等. 全球导航卫星系统-声呐组合观测模型分类体系[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2023, 44(11): 1857-1868.
XUE Shuqiang, YANG Yuanxi, XIAO Zhen, et al. Global Navigation Satellite System-Acoustic Combined Observation Model Classification System [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2023, 44(11): 1857-1868.

[21] YANG Y X, QIN X P. Resilient Observation Models for Seafloor Geodetic Positioning[J]. *Journal of Geodesy*, 2021, 95(7): 79.

[22] XUE S Q, YANG Y X, YANG W L. Single-Differenced Models for GNSS-Acoustic Seafloor Point Positioning[J]. *Journal of Geodesy*, 2022, 96(5): 38.

[23] LIU Y, LI M H, LIU Y X, et al. Sequential GNSS-Acoustic Seafloor Point Positioning with Modeling of Sound Speed Variation[J]. *Journal of Geodesy*, 2023, 97(12): 115.

[24] QIN X P, YANG Y X, SUN B J. The Refined Resilient Model for Underwater Acoustic Positioning [J]. *Ocean Engineering*, 2022, 266: 112795.

[25] ZHAO S, WANG Z J, NIE Z X, et al. Investigation on Total Adjustment of the Transducer and Seafloor Transponder for GNSS/Acoustic Precise Underwater Point Positioning[J]. *Ocean Engineering*, 2021, 221: 108533.

[26] WANG J T, XU T H, LIU Y F, et al. Kalman Filter Based Acoustic Positioning of Deep Seafloor Datum Point with Two-Step Systematic Error Estimation[J]. *Applied Ocean Research*, 2021, 114: 102817.

[27] YOKOTA Y, ISHIKAWA T, WATANABE S I, et al. Kilometer-Scale Sound Speed Structure That Affects GNSS-A Observation: Case Study off the Kii Channel[J]. *Frontiers in Earth Science*, 2020, 8: 331.

[28] XUE S Q, XIAO Z, ZHAO S, et al. Resilient-Array Solution Combining Multi-campaign GNSS-A Observations at Original Observation Level and Regarding Array Deformation[J]. *Marine Geophysical Research*, 2025, 46(3): 20.

[29] XUE S Q, LI B J, DONG J. GNSS-A Ranging Model with Acoustic Delay Corrections Achieving Centimeter-Level-Precision Positioning [J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2026, 51(3): 2177-2191.

[30] ZHANG B B, JI D X, LIU S, et al. Autonomous Underwater Vehicle Navigation: A Review [J]. *Ocean Engineering*, 2023, 273: 113861.

[31] SATO M, ISHIKAWA T, UJIHARA N, et al. Dis-

placement Above the Hypocenter of the 2011 Tohoku-Oki Earthquake[J]. *Science*, 2011, 332(6036): 1395.

[32] KIDO M, OSADA Y, FUJIMOTO H, et al. Trench-Normal Variation in Observed Seafloor Displacements Associated with the 2011 Tohoku-Oki Earthquake: Seafloor Movement of Tohoku Earthquake[J]. *Geophysical Research Letters*, 2011, 38(24): L24303.

[33] WATANABE S I, SATO M, FUJITA M, et al. Evidence of Viscoelastic Deformation Following the 2011 Tohoku-Oki Earthquake Revealed from Seafloor Geodetic Observation [J]. *Geophysical Research Letters*, 2014, 41(16): 5789-5796.

[34] YOKOTA Y, ISHIKAWA T, SATO M, et al. Heterogeneous Interplate Coupling Along the Nankai Trough, Japan, Detected by GPS-Acoustic Seafloor Geodetic Observation [J]. *Progress in Earth and Planetary Science*, 2015, 2(1): 10.

[35] 刘杨, 曾安敏, 郑翠娥, 等. 广播式远程精密水下导航定位技术[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2023, 44(11): 1987-1995.
LIU Yang, ZENG Anmin, ZHENG Cuie, et al. Broadcast-Style Long-Range Precise Underwater Navigation and Positioning Technology[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2023, 44(11): 1987-1995.

[36] WANG J T, XU T H, LIU Y F, et al. Augmented Underwater Acoustic Navigation with Systematic Error Modeling Based on Seafloor Datum Network [J]. *Marine Geodesy*, 2023, 46(2): 129-148.

[37] 薛树强, 杨诚, 卞加超, 等. 无外部信息辅助的主动式声呐时间开窗导航定位模型[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2026, 51(2): 296-305.
XUE Shuqiang, YANG Cheng, BIAN Jiachao, et al. Active Sonar Time-Window Navigation and Positioning Model Without External Information Assistance[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2026, 51(2): 296-305.

[38] WANG J T, XU T H, SHU J X, et al. Deep-Sea Target Resilient Integrated Navigation with Active/Passive Long Baseline Navigation System and Pressure Gauge[J]. *Measurement*, 2025, 253: 117439.

[39] ZHANG S Q, YANG Y X, XU T H, et al. Long-Range LBL Underwater Acoustic Navigation Considering Earth Curvature and Doppler Effect [J]. *Measurement*, 2025, 240: 115524.

[40] LIU Y F, SUBIRANA J S, XU T H, et al. Underwater Two-Way Acoustic and Pressure Gauge Fusion Navigation Algorithm Utilizing Optimal Constraints and Smoothing[J]. *Measurement*, 2026, 257: 118585.

[41] SHU J X, XU T H, WANG J T, et al. Attitude-Compensated and Acoustics-Calibrated Model-Aided Navigation Framework for AUVs [J]. *Journal of Marine Science and Engineering*, 2026, 14(7): 612.

[42] LIU Y F, XU T H, NIE W F, et al. High-Precision LBL/INS Round-Trip Tightly Coupled Navigation Based on Constrained Acoustic Ray-Tracking and RTS Smoothing[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2024, 73(11): 16432-16444.

[43] SONG Z Q, GAO F, XU T H, et al. Deep-Sea Long-Range AUV Navigation with One-Way Passive Tightly-Coupled SINS/LBL/PS Integration: An Experimental Study[J]. *Measurement*, 2026, 279: 121734.

[44] ZHANG X H, NIE W F, LIU Y F, et al. An INS/DVL/PS Integrated Underwater System Based on NLS-Transformer-LSTM Velocity Prediction Model [J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2026,13(13):29258-29273.

[45] 耿苗苗, 肖云, 孙玮萱, 等. A*引导的改进精英蚁群算法在水下重力匹配导航路径规划中的应用[J/OL]. 武汉大学学报(信息科学版), 2026. https://doi.org/10.13203/j.whugis20250298.
GENG Miaomiao, XIAO Yun, SUN Weixuan, et al. An A*-Guided Improved Elite Ant Colony Optimization Algorithm for Path Planning in Underwater Gravity Matching Navigation[J/OL]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2026. https://doi.org/10.13203/j.whugis20250298.

[46] 欧阳明达, 杨元喜. 改进粒子滤波的水下重力匹配导航仿真与实验[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2022, 43(10): 1514-1521.
OUYANG Mingda, YANG Yuanxi. Underwater Gravity Matching Navigation Simulation and Experiment Based on the Improved Particle Filtering Algorithm[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2022, 43(10): 1514-1521.

[47] 肖云, 张锦柏, 陈垲宁, 等. 基于重力灯塔导航的水下重力匹配导航算法[J]. 中国惯性技术学报, 2025, 33(7): 663-671.
XIAO Yun, ZHANG Jinbai, CHEN Kaining, et al. Underwater Gravity Matching Navigation Algorithm Based on Gravity Beacon Navigation[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2025, 33(7): 663-671.

[48] 丁俊迪, 赵万龙, 刘功亮, 等. 一种新型的水下地磁/声学/惯性融合导航算法[J]. 导航定位与授时, 2025, 12(3): 50-58.
DING Jundi, ZHAO Wanlong, LIU Gongliang, et al. A Novel Underwater Geomagnetic/Acoustic/Inertial Fusion Navigation Algorithm [J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2025, 12(3): 50-58.

[49] 李根, 柴洪洲, 靳凯迪, 等. 水下地形匹配定位抗

差粒子滤波算法[J]. 测绘学报, 2025, 54(10): 1841-1851.
LI Gen, CHAI Hongzhou, JIN Kaidi, et al. Underwater Terrain Matching Method Based on Robust Particle Filter[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2025, 54(10): 1841-1851.

[50] 杨元喜, 薛树强, 徐天河, 等. 海洋大地测量基准与水下导航[M]. 北京: 科学出版社, 2022.
YANG Yuanxi, XUE Shuqiang, XU Tianhe, et al. Marine Geodetic Datum and Underwater Navigation [M]. Beijing: Science Press, 2022.

[51] 陈冠旭, 刘杨, 李梦昊, 等. GNSS-声学海底定位的声速误差处理方法综述[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2022, 47(9): 1349-1363.
CHEN Guanxu, LIU Yang, LI Menghao, et al. Review on the Processing Methods of Sound Speed Errors in GNSS-Acoustic Seafloor Positioning [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(9): 1349-1363.

[52] 陈冠旭, 高柯夫, 赵建虎, 等. GNSS-声学位置服务中声速误差修正方法[J]. 测绘学报, 2023, 52(4): 536-549.
CHEN Guanxu, GAO Kefu, ZHAO Jianhu, et al. The Method of Sound Speed Errors Correction in GNSS-Acoustic Location Service[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2023, 52(4): 536-549.

[53] WILSON W D. Equation for the Speed of Sound in Sea Water[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1960, 32(10): 1357.

[54] DEL GROSSO V A. New Equation for the Speed of Sound in Natural Waters (with Comparisons to Other Equations)[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1974, 56(4): 1084-1091.

[55] MEDWIN H. Speed of Sound in Water: A Simple Equation for Realistic Parameters[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1975, 58(6): 1318-1319.

[56] CHEN H H. Travel-Time Approximation of Acoustic Ranging in GPS/Acoustic Seafloor Geodesy[J]. *Ocean Engineering*, 2014, 84: 133-144.

[57] XUE S Q, LI B J, XIAO Z, et al. Centimeter-Level-Precision Seafloor Geodetic Positioning Model with Self-Structured Empirical Sound Speed Profile[J]. *Satellite Navigation*, 2023, 4(1): 30.

[58] 朱冀星, 薛树强, 李保金, 等. GNSS-声呐观测反演双指数温度剖面[J]. 测绘学报, 2025, 54(2): 286-296.
ZHU Jixing, XUE Shuqiang, LI Baojin, et al. GNSS-Acoustic Inversion of Double-Exponential Temperature Profile[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2025, 54(2): 286-296.

[59] ZHU J X, XUE S Q, LI B J, et al. GNSS-A Positioning Model with Piece-Wise Linear Sound Speed Profile Inversion [J]. *Acta Oceanologica Sinica*, 2025, 44(9): 194-206.

[60] ZHAO J H, LIANG W B, MA J Y, et al. A Self-Constraint Underwater Positioning Method Without the Assistance of Measured Sound Velocity Profile [J]. *Marine Geodesy*, 2023, 46(1): 62-82.

[61] SUN W Z, YANG Y X, ZENG A M. Inversion Method for Instantaneous SSP Area Difference[J]. *Marine Geodesy*, 2024, 47(2): 173-181.

[62] 李保金, 薛树强, 肖圳, 等. 附加先验声速结构约束的 GNSS-A 观测反演声速剖面[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2026, 51(3): 618-628.
LI Baojin, XUE Shuqiang, XIAO Zhen, et al. Inversion of Sound Speed Profile Using GNSS-A Observations with Prior Sound Speed Structure Constraint [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2026, 51(3): 618-628.

[63] GOOD S A, MARTIN M J, RAYNER N A. EN4: Quality Controlled Ocean Temperature and Salinity Profiles and Monthly Objective Analyses with Uncertainty Estimates[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2013, 118(12): 6704-6716.

[64] JEAN-MICHEL L, ERIC G, ROMAIN B B, et al. The Copernicus Global 1/12° Oceanic and Sea Ice GLORYS12 Reanalysis[J]. *Frontiers in Earth Science*, 2021, 9: 698876.

[65] LI B J, XUE S Q, ZHAO S, et al. GNSS-A Geodetic Positioning with Global Gridded Marine Environment Dataset Replacing In-Field Sound Speed Measurement[J]. *Marine Geodesy*, 2025, 48(3): 323-344.

[66] WANG J T, XU T H, HUANG W, et al. Underwater Sound Speed Field Forecasting Based on the Least Square Support Vector Machine[J]. *Journal of Marine Science and Engineering*, 2024, 12(3): 480.

[67] 李景森, 薛树强, 徐莹, 等. 声速剖面测量误差对水下定位的影响[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2023, 44(11): 2062-2070.
LI Jingsen, XUE Shuqiang, XU Ying, et al. Effects of Sound Speed Profile Measurement Error on Underwater Positioning[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2023, 44(11): 2062-2070.

[68] YANG W L, XUE S Q, MA Y Y, et al. An Ultra-Efficient Ray-Tracing Method Based on a Precomputed Full-Element Ray Grid for Underwater Acoustic Positioning[J]. *Measurement*, 2026, 258: 119546.

[69] 薛树强, 高金来, 赵爽, 等. 静态声呐延迟补偿定

位模型[J]. 测绘学报, 2026, 55(2): 275-286.
XUE Shuqiang, GAO Jinlai, ZHAO Shuang, et al. A Static Acoustic Delay Compensation Positioning Model[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2026, 55(2): 275-286.

[70] 高金来, 薛树强, 肖圳, 等. 声线传播时间近似公式及适用条件[J]. 全球定位系统, 2025, 50(4): 12-19.
GAO Jinlai, XUE Shuqiang, XIAO Zhen, et al. Approximate Formulas for Acoustic Ray-Travel Time and Applicable Conditions[J]. *GNSS World of China*, 2025, 50(4): 12-19.

[71] QIN X P, YANG Y X, SUN B J. A Robust Method to Estimate the Coordinates of Seafloor Stations by Direct-Path Ranging[J]. *Marine Geodesy*, 2023, 46(1): 83-98.

[72] SAKIC P, BALLU V, CRAWFORD W C, et al. Acoustic Ray Tracing Comparisons in the Context of Geodetic Precise Off-Shore Positioning Experiments[J]. *Marine Geodesy*, 2018, 41(4): 315-330.

[73] YANG W L, XU T H, WANG J T, et al. Precise Acoustic Seafloor Positioning with Joint Estimation of Sound Speed Field Structure Using a Layered Sound Speed Gradient Model[J]. *Satellite Navigation*, 2026, 7(1): 10.

[74] FUJITA M, ISHIKAWA T, MOCHIZUKI M, et al. GPS/Acoustic Seafloor Geodetic Observation: Method of Data Analysis and Its Application[J]. *Earth, Planets and Space*, 2006, 58(3): 265-275.

[75] QIN X P, YANG Y X, SUN B J. Sound Speed Profile-Free GNSS-Acoustic Positioning Using Extended Cubic Spline Function[J/OL]. *Geodesy and Geodynamics*, 2026. https://doi.org/10.1016/j.geog.2025.12.013.

[76] IKUTA R, TADOKORO K, ANDO M, et al. A New GPS-Acoustic Method for Measuring Ocean Floor Crustal Deformation: Application to the Nankai Trough[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2008, 113(B2): 2006JB004875.

[77] WATANABE S I, ISHIKAWA T, NAKAMURA Y, et al. Full-Bayes GNSS-A Solutions for Precise Seafloor Positioning with Single Uniform Sound Speed Gradient Layer Assumption[J]. *Journal of Geodesy*, 2023, 97(10): 89.

[78] HONSHO C, KIDO M, TOMITA F, et al. Offshore Postseismic Deformation of the 2011 Tohoku Earthquake Revisited: Application of an Improved GPS-Acoustic Positioning Method Considering Horizontal Gradient of Sound Speed Structure[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2019, 124(6): 5990-6009.

[79] YASUDA K, TADOKORO K, TANIGUCHI S, et al. Interplate Locking Condition Derived from Seafloor Geodetic Observation in the Shallowest Subduction Segment at the Central Nankai Trough, Japan[J]. *Geophysical Research Letters*, 2017, 44(8): 3572-3579.

[80] KINUGASA N, TADOKORO K, KATO T, et al. Estimation of Temporal and Spatial Variation of Sound Speed in Ocean from GNSS-A Measurements for Observation Using Moored Buoy[J]. *Progress in Earth and Planetary Science*, 2020, 7(1): 21.

[81] XUE S Q, YANG Y X, YANG W L, et al. GNSS-A Network Solution with Zenith Acoustic Delay Estimation[J]. *Marine Geodesy*, 2024, 47(3): 237-268.

[82] 赵爽, 王振杰, 聂志喜, 等. 顾及声速结构时域变化的海底基准站高精度定位方法[J]. 测绘学报, 2023, 52(1): 41-50.
ZHAO Shuang, WANG Zhenjie, NIE Zhixi, et al. Precise Positioning Method for Seafloor Geodetic Stations Based on the Temporal Variation of Sound Speed Structure[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2023, 52(1): 41-50.

[83] 卞加超, 薛树强, 肖圳, 等. 海面非对称航迹对海底定位精度影响分析[J]. 海洋测绘, 2023, 43(6): 46-50.
BIAN Jiachao, XUE Shuqiang, XIAO Zhen, et al. Analysis of Asymmetrical Effects of Surface-to-Seafloor Control Networks[J]. *Hydrographic Surveying and Charting*, 2023, 43(6): 46-50.

[84] ZHAO J H, ZOU Y J, ZHANG H M, et al. A New Method for Absolute Datum Transfer in Seafloor Control Network Measurement[J]. *Journal of Marine Science and Technology*, 2016, 21(2): 216-226.

[85] CHEN G X, LIU Y, LIU Y X, et al. Improving GNSS-Acoustic Positioning by Optimizing the Ship's Track Lines and Observation Combinations[J]. *Journal of Geodesy*, 2020, 94(6): 61.

[86] 马越原, 杨元喜, 曾安敏. GNSS-A直线测量模式及航迹组合优化分析[J]. 地球物理学报, 2022, 65(10): 3797-3808.
MA Yueyuan, YANG Yuanxi, ZENG Anmin. GNSS-A Straight-Line Survey Pattern and Trajectory Combination Optimization Analysis[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2022, 65(10): 3797-3808.

[87] XIE S R, ZUMBERGE M, SASAGAWA G, et al. Shallow Water Seafloor Geodesy with Wave Glider-Based GNSS-Acoustic Surveying of a Single Transponder[J]. *Earth and Space Science*, 2023,

10(10): e2023EA003043.

[88] XUE S Q, WANG K M, LI B J, et al. GNSS-A Trajectory Optimization and Its Rose-Curve Solution Regarding Acoustic Delay Parameter Identification[J]. *Marine Geodesy*, 2025, 48(3): 281-322.

[89] 邝英才, 吕志平, 王方超, 等. 不同作业模式下的 GNSS/声学联合定位模型[J]. 导航定位学报, 2020, 8(3): 40-46.
KUANG Yingcai, LÜ Zhiping, WANG Fangchao, et al. Study on GNSS/Acoustic Joint Positioning Model Under Different Measurement Schemes[J]. *Journal of Navigation and Positioning*, 2020, 8(3): 40-46.

[90] 邝英才, 吕志平, 王方超, 等. GNSS/声学联合定位的自适应滤波算法[J]. 测绘学报, 2020, 49(7): 854-864.
KUANG Yingcai, LÜ Zhiping, WANG Fangchao, et al. The Adaptive Filtering Algorithm of GNSS/Acoustic Joint Positioning[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2020, 49(7): 854-864.

[91] 邝英才, 吕志平, 陈正生, 等. 基于方差分量估计的多模 GNSS/声学联合定位方法[J]. 中国惯性技术学报, 2019, 27(2): 181-189.
KUANG Yingcai, LÜ Zhiping, CHEN Zhengsheng, et al. Multi-GNSS/Acoustic Joint Positioning Method Based on Variance Component Estimation[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2019, 27(2): 181-189.

[92] 王振杰, 孙振, 赵爽, 等. 论海底大地控制点 GNSS/A 定位联合平差方法的原理和应用[J]. 全球定位系统, 2023, 48(5): 8-14.
WANG Zhenjie, SUN Zhen, ZHAO Shuang, et al. On the Principle and Applications of the Joint Adjustment Method for GNSS/A Positioning of the Underwater Geodetic Control Point[J]. *GNSS World of China*, 2023, 48(5): 8-14.

[93] ZHAO S, YANG Y X, WANG Z J, et al. Extended Joint Adjustment of the Transducer and Seafloor Transponder for GNSS-Acoustic Seafloor Geodetic Network Positioning with Interstation Ranging Information[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2024, 24(12): 19982-19994.

[94] 秦显平, 明锋, 许扬胤. 考虑信标运动的水下联合定位算法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2023, 44(11): 2036-2043.
QIN Xianping, MING Feng, XU Yangyin. Underwater Combined Positioning Algorithm Considering Beacon Movement[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2023, 44(11): 2036-2043.

[95] 明锋, 杨元喜, 曾安敏. 基于贝叶斯估计的深海 GNSS-A 定位精度[J]. 地球物理学报, 2023, 66(3): 951-960.
MING Feng, YANG Yuanxi, ZENG Anmin. Positioning Accuracy of GNSS-A in Deep Sea Based on Bayesian Estimation[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2023, 66(3): 951-960.

[96] ZHAO S, YANG Y X, XUE S Q, et al. A Novel GNSS-Acoustic Positioning Model for a Seafloor Hybrid Constellation with Fixed and Moored Beacons[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2025, 74: 9701314.

[97] ZHANG S Q, YANG Y X, XU T H, et al. Accurate Underwater Acoustic Positioning Considering Geometric Configuration [J]. *Marine Geodesy*, 2025, 48(2): 115-140.

[98] 孙悦, 薛树强, 韩保民, 等. 邻近海底基准站坐标时序联合处理模型[J]. 测绘学报, 2023, 52(11): 1835-1843.
SUN Yue, XUE Shuqiang, HAN Baomin, et al. Multi-station Joint Processing Model for Seafloor Geodetic Coordinate Time Series[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2023, 52(11): 1835-1843.

[99] 薛树强, 肖圳, 董杰, 等. 海底震后形变多基站联合估计模型[J]. 地球物理学报, 2024, 67(3): 1013-1021.
XUE Shuqiang, XIAO Zhen, DONG Jie, et al. Post-Seismic Deformation Jointly Estimated by Multi Seafloor Geodetic Stations[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2024, 67(3): 1013-1021.

[100] 董杰, 薛树强, 汲长艳, 等. 2011 年日本东北 Mw 9.0 大地震后近 10 年的海底基准点黏弹性变形[J]. 地球物理学报, 2025, 68(4): 1211-1220.
DONG Jie, XUE Shuqiang, JI Changyan, et al. Post-Seismic Viscoelastic Deformation of Seafloor Reference Points for Nearly 10 Years Following the 2011 Tohoku-Oki Mw 9.0 Earthquake[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2025, 68(4): 1211-1220.

[101] 赵爽, 薛树强, 王振杰, 等. 海底大地基准站维护方法研究进展[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2026, 47(4): 899-913.
ZHAO Shuang, XUE Shuqiang, WANG Zhenjie, et al. Research Progress on Maintenance Methods of Seafloor Geodetic Reference Stations[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2026, 47(4): 899-913.

[102] 郭瑛, 张震. 大规模水下传感器网络时间同步研究[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(6): 1498-1503.
GUO Ying, ZHANG Zhen. Clock Synchronization Study for Large Scale Underwater Sensor Networks[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(6): 1498-1503.

[103] 白雨松，杨国文，吴宏硕，等. 基于水声通信的授时技术研究[J]. 全球定位系统，2025，50(4)：31-35.
BAI Yusong，YANG Guowen，WU Hongshuo，et al. Research on Timing Technology Based on Underwater Acoustic Communication [J]. *GNSS World of China*，2025，50(4)：31-35.

[104] 靳涛，燕保荣，梁凡，等. 水声授时及相关技术的进展与展望[J]. 全球定位系统，2025，50(4)：36-45.
JIN Tao，YAN Baorong，LIANG Fan，et al. Progress and Prospects of Underwater Acoustic Timing Technology[J]. *GNSS World of China*，2025，50(4)：36-45.

[105] 杨文哲，吴寒旭，王海峰，等. 水下空间中的光学高精度双向时间比对[J]. 应用激光，2024，44(2)：125-130.
YANG Wenzhe，WU Hanxu，WANG Haifeng，et al. Optical High-Precision Bidirectional Time Comparison Method in Underwater Space[J]. *Applied Laser*，2024，44(2)：125-130.

[106] 唐武盛，李博，王俊，等. 铷原子钟同步水下小目标高分辨声学成像系统[J]. 声学学报，2026，51(2)：592-600.
TANG Wusheng，LI Bo，WANG Jun，et al. High-Resolution Acoustic Imaging System for Underwater Small Targets Based on Rubidium Atomic Clock Synchronization[J]. *Acta Acustica*，2026，51(2)：592-600.

[107] 杨元喜，任夏，张强，等. 量子PNT发展及其关键技术[J]. 测绘学报，2026，55(1)：1-9.
YANG Yuanxi，REN Xia，ZHANG Qiang，et al. The Development and Key Technologies of Quantum PNT[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*，2026，55(1)：1-9.

[108] 杨元喜，李晓燕. 微PNT与综合PNT[J]. 测绘学报，2017，46(10)：1249-1254.
YANG Yuanxi，LI Xiaoyan. Micro-PNT and Comprehensive PNT[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*，2017，46(10)：1249-1254.

[109] 孙和平，杨元喜，叶朝辉，等. 精密(量子)测量时代下时空基准研究中的关键科学问题和核心技术[J]. 中国科学基金，2024，38(1)：172-181.
SUN Heping，YANG Yuanxi，YE Zhaohui，et al. Key Scientific Frontiers and Core Technologies in Space-Time Reference Research in the Era of Precision (Quantum) Measurement [J]. *Bulletin of National Natural Science Foundation of China*，2024，38(1)：172-181.

[110] 卞加超，薛树强，赵爽，等. 海洋声学导航开窗抗差最小二乘估计[J]. 测绘学报，2026，55(3)：515-524.
BIAN Jiachao，XUE Shuqiang，ZHAO Shuang，et al. Multi-window Joint Robust Estimation for Marine Acoustic Navigation [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*，2026，55(3)：515-524.

[111] ZHOU J，XUE S Q，YANG C，et al. Active-Sonar Navigation Enhanced by Delay-Compensated Sliding Window Without In-Situ Sound Speed Measurement[J/OL]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*，2026. https://ieeexplore.ieee.org/document/11359359.

[112] MING W T，SUN D J，ZHANG J C，et al. Research on High-Precision Long-Range Positioning Technology in the Deep Sea[J]. *Journal of Marine Science and Engineering*，2025，13(10)：1898.

[113] 郑翠娥，程驰宇，韩云峰，等. 基于海底基准的中远程PNT定位导航技术及验证[J]. 哈尔滨工程大学学报，2023，44(11)：2018-2026.
ZHENG Cuie，CHENG Chiyu，HAN Yunfeng，et al. Medium and Remote Range Acoustic PNT Datum Positioning and Navigation Technology [J]. *Journal of Harbin Engineering University*，2023，44(11)：2018-2026.

[114] 郭银辉，徐天河，王君婷，等. 基于最小二乘支持向量机的水下声学导航增强算法[J]. 哈尔滨工程大学学报，2026，47(4)：891-898.
GUO Yinhui，XU Tianhe，WANG Junting，et al. LSSVM-Based Enhanced Algorithm for Underwater Acoustic Navigation[J]. *Journal of Harbin Engineering University*，2026，47(4)：891-898.

[115] ZHAO S，XUE S Q，et al. Temporal Sound Speed Error Correction Model for Underwater Acoustic Positioning Based on in Situ Measurements[J]. *Journal of Surveying Engineering*，2025，151(2)：04025002.

[116] 杨元喜. 弹性PNT基本框架[J]. 测绘学报，2018，47(7)：893-898.
YANG Yuanxi. Resilient PNT Concept Frame[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*，2018，47(7)：893-898.

[117] 明锋，杨元喜，曾安敏，等. 弹性PNT概念内涵、特征及其辨析[J]. 测绘通报，2023(4)：79-86.
MING Feng，YANG Yuanxi，ZENG Anmin，et al. The Conceptual Connotation，Characteristics and Discrimination of Resilient PNT[J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*，2023(4)：79-86.

[118] 杨元喜，姚铮，毛悦，等. 星基弹性PNT体系设计及其关键技术[J]. 中国科学：地球科学，2025，55(3)：686-698.
YANG Yuanxi，YAO Zheng，MAO Yue，et al. Resilient Satellite-Based PNT System Design and Key Technologies[J]. *Scientia Sinica* (*Terrae*)，2025，

55(3): 686-698.

[119] WU P P, NIE W F, LIU Y F, et al. Improving the Underwater Navigation Performance of an IMU with Acoustic Long Baseline Calibration [J]. *Satellite Navigation*, 2024, 5(1): 7.

[120] 张帅帅, 张涛, 张亮, 等. 水下多 AUV 协同导航研究现状分析[J]. 战术导弹技术, 2025(4): 120-132.
ZHANG Shuaishuai, ZHANG Tao, ZHANG Liang, et al. Analysis of Research Status of Underwater Multi-AUV Cooperative Navigation [J]. *Tactical Missile Technology*, 2025(4): 120-132.

[121] 杜祯强, 柴洪洲, 向民志, 等. 水下无人航行器集群协同定位中的几个关键因素及影响规律[J]. 地球物理学报, 2025, 68(4): 1201-1210.
DU Zhenqiang, CHAI Hongzhou, XIANG Minzhi, et al. Several Key Factors Affecting UUVs Cooperative Localization and Law of Influence [J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2025, 68(4): 1201-1210.

[122] 杨元喜, 杨诚, 任夏. PNT 智能服务[J]. 测绘学报, 2021, 50(8): 1006-1012.
YANG Yuanxi, YANG Cheng, REN Xia. PNT Intelligent Services [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2021, 50(8): 1006-1012.

[123] 韩笑天, 聂文超, 李鹏, 等. 水下无线光通信的研究现状与发展趋势分析[J]. 光学学报, 2025, 45(13): 1306016.
HAN Xiaotian, NIE Wenchao, LI Peng, et al. Research Status and Development Trends Analysis of Underwater Wireless Optical Communication [J]. *Acta Optica Sinica*, 2025, 45(13): 1306016.

[124] 王海斌, 汪俊, 台玉朋, 等. 水声通信技术研究进展与技术水平现状[J]. 信号处理, 2019, 35(9): 1441-1449.
WANG Haibin, WANG Jun, TAI Yupeng, et al. Development and the State of the Art in Underwater Acoustic Communication [J]. *Journal of Signal Processing*, 2019, 35(9): 1441-1449.

[125] 吴婷婷, 於志文, 徐健. 水下群体智能[J]. 智能系统学报, 2026, 21(1): 179-200.
WU Tingting, YU Zhiwen, XU Jian. Underwater Crowd Intelligence[J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2026, 21(1): 179-200.

[126] 程驰宇, 郑翠娥, 张居成, 等. 极地冰下声学定位导航技术现状及发展趋势[J]. 导航与控制, 2024, 23(5): 15-24.
CHENG Chiyu, ZHENG Cuie, ZHANG Jucheng, et al. Research Status and Development Trend of Polar Under-Ice Acoustic Positioning and Navigation Technology[J]. *Navigation and Control*, 2024, 23(5): 15-24.

[127] 白思源, 柴洪洲, 靳凯迪, 等. 极区坐标系下惯导粗对准精度一致性分析[J]. 系统工程与电子技术, 2025, 47(1): 280-286.
BAI Siyuan, CHAI Hongzhou, JIN Kaidi, et al. Consistency Analysis of Inertial Navigation Coarse Alignment Accuracy in Polar Frame [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2025, 47(1): 280-286.

[128] 白思源, 柴洪洲, 吴庆, 等. 顾及海冰漂移的浮标辅助 UUV 冰下组合导航方法[J]. 测绘学报, 2026, 55(4): 698-707.
BAI Siyuan, CHAI Hongzhou, WU Qing, et al. Buoys-Aided Integrated Navigation Method for UUV Under Ice with Sea Ice Drift Compensation [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2026, 55(4): 698-707.